श्रेणीक्रम $\sum_{n=1}^{\infty} a_{3n}$ divergent हुने अभिकेन्द्रित् श्रेणीक्रम $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ को उदाहरण देऊ।

(ii) Give an example of a divergent series $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ such that the series $\sum_{n=1}^{\infty} b_{3n}$ is convergent. 3

এমন একটি অপসারী শ্রেণী $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ এর উদাহরণ দাও যাতে $\sum_{n=1}^{\infty} b_{3n}$ শ্রেণীটি অভিসারী হয়।

$\sum_{n=1}^{\infty} b_{3n}$ अभिकेन्द्रित् हुने divergent श्रेणीक्रम $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ को उदाहरण देऊ।

GROUP-C / বিভাগ-গ / समूह-ग

3. Answer any ***two*** questions from the following: 12×2 = 24

নিম্নলিখিত যে-কোনো ***দুটি*** প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

कुनै दुईवटा प्रश्नका उत्तर देऊ :

(a) (i) Test the convergence of $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\log(1+\frac{1}{n})}$. 3

নিম্নলিখিত শ্রেণীটি অভিসারী কিনা নির্ণয় করো $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\log(1+\frac{1}{n})}$।

श्रेणीक्रम $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\log(1+\frac{1}{n})}$ को अभिकेन्द्रन को जाँच गर।

(ii) Prove that a set $S\subset\mathbb{R}$ is everywhere dense if and only if S intersects every non-empty open set in $\mathbb{R}$. 4

প্রমাণ করো যে একটি সেট $S\subset\mathbb{R}$ সর্বত্র dense যদি এবং একমাত্র যদি S $\mathbb{R}$-এর সবকটি open সেটকে ছেদ করে।

$S\subseteq\mathbb{R}$ हो। S ले यदि $\mathbb{R}$ को हरेक open सेटलाई प्रतिच्छेद् गर्छ भने मात्र S सबैतिर dense हुन्छ भनी प्रमाण गर।

(iii) Two sequences $\{x_n\}, \{y_n\}$ are defined by $x_{n+1}=\frac{1}{2}(x_n+y_n),\ y_{n+1}=\sqrt{x_n y_n}$, for $n\geq 1$ and $x_1>0,\ y_1>0$. Prove that both the sequence converge to a common limit. 5

দুটি অনুক্রম $\{x_n\}, \{y_n\}$ এমন যে $x_{n+1}=\frac{1}{2}(x_n+y_n),\ y_{n+1}=\sqrt{x_n y_n}$, $n\geq 1$ এবং $x_1>0,\ y_1>0$। প্রমাণ করো যে দুটি অনুক্রম একটি limit-এ অভিসারী হয়।

$\{x_n\}, \{y_n\}$ दुई अनुक्रमहरू हुन् अनि $x_{n+1}=\frac{1}{2}(x_n+y_n),\ y_{n+1}=\sqrt{x_n y_n}$ ($n\geq 1$, $x_1>0,\ y_1>0$) भए, दुवै अनुक्रमहरूको एउटै सीमा (limit) हुन्छ भनी प्रमाण गर।

(b) (i) If a subsequence of a Cauchy sequence $\{x_n\}$ is convergent, then prove that the sequence $\{x_n\}$ is convergent. 4

যদি একটি Cauchy-অনুক্রম $\{x_n\}$ -এর উপঅনুক্রম অভিসারী হয়, তবে প্রমাণ করো যে অনুক্রম $\{x_n\}$ টি অভিসারী হবে।

Cauchy अनुक्रम $\{x_n\}$ को एउटा उप-अनुक्रम अभिकेन्द्रित् भए, अनुक्रम $\{x_n\}$ पनि अभिकेन्द्रित् हुन्छ भनी प्रमाण गर।